Equations

Vocabulaire Il existe des équations différentes. On appelle une équation de degré n une équation où tu vois x^n
(n=le plus grand exposant)

- Equation de degré 1 : Ex : $2x + 3 = 0$ car $2x^1 + 3 = 0$
- Equation de degré 2 : Ex : $ax^2 + bx + c = 0$ (exemple : $x^2 + 2x + 3 = 0$)
- Equation de degré 3 : ex : $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (exemple : $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$)

Produit nul : Une multiplication vaut 0 si l'un des termes au moins vaut 0

Exemple : Résout l'équation $(x - 3)(x + 2) = 0$

☹	😊
$x^2 + 2x - 3x - 6 = 0$ $x^2 - x - 6 = 0$ $x^2 - x = 6$ Bloqué	$(x - 3)(x + 2) = 0$ $x - 3 = 0$ ou $x + 2 = 0$ $x = 3$ ou $x = -2$

Idée : si tu arrives à montrer que $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$ alors résoudre $x^2 - x - 6 = 0$ revient au même que de résoudre $(x - 3)(x + 2) = 0$ ce qui nous permet de montrer que $S = \{-2; 3\}$.

A retenir : Quand tu as une fonction du second degré, tu peux factoriser pour la résoudre

$$x^2 - x - 6 = 0$$
$$(x - 3)(x + 2) = 0$$
$$x - 3 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$
$$S = \{-2; 3\}$$

L'idée : il faut factoriser chaque fois que tu peux

Comment résoudre une équation ?

La méthode de résolution dépend du degré de l'équation

Degré 1 :	Isole x à gauche et divise par le nombre devant x $2x + 3 = 0$ $2x + 3 - 3 = 0 - 3$ $2x = -3$ $x = -\frac{3}{2}$
Degré ≥ 2	Il faut factoriser l'expression et ensuite utiliser la stratégie du produit nul pour trouver les solutions

Comment factoriser ?

Il existe 2 techniques pour factoriser :

- Identifier une inconnue ou un membre en commun
- Identités remarquables

a. Factoriser avec l'inconnue ou le membre en commun

Avec une lettre en commun	Avec un membre en commun
Résout $x^2 + 3x = 0$	Résout $(x+1)(x+5) + (2x+2) = 0$
$x^2 + 3x = 0$ $x(x+3) = 0$ $x = 0$ ou $x+3=0$ $x=-3$ Ecris les solutions par ordre croissant S = {-3 ;0}	$(x+1)(x+5) + (2x+2) = 0$ $(x+1)(x+5) + 2(x+1) = 0$ $(x+1)[(x+5)+2] = 0$ $(x+1)(x+7) = 0$ … $S = \{-7; -1\}$

Si tu as des membres au carré ou des produits de chaque côté, regroupe tout d'un même côté puis factorise

Résout l'équation suivante $2(x+1)(x-4) = 3(-x+2)(2x-8)$	Résout l'équation $x^2 + 9x - 10 = 3x^2 - 2x - 10$
$2(x+1)(x-4) = 3(-x+2)(2x-8)$ $\underbrace{2(x+1)(x-4)} - \underbrace{3(-x+2)(2x-8)} = 0$ $2(x+1)(x-4) - 3(-x+2)2(x-4) = 0$ $2(x+1)(x-4) - 6(-x+2)(x-4) = 0$ $(x-4)[2(x+1) - 6(-x+2)] = 0$ Pense à réduire le membre de droite en développant l'intérieur du crochet $(x-4)[2x+2+6x-12] = 0$ $(x-4)[8x-10] = 0$ $x-4=0$ ou $8x-10=0$ $x=4$ ou $8x=10$ $x = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ simplifie $S = \{\frac{5}{4} ; 4\}$	$x^2 + 9x - 10 = 3x^2 - 2x - 10$ $x^2 + 9x - 10 - 3x^2 + 2x + 10 = \cancel{3x^2} \cancel{-2x} \cancel{-10} \cancel{-3x^2} \cancel{+2x} \cancel{+10}$ $x^2 + 9x \cancel{-10} - 3x^2 + 2x \cancel{+10} = 0$ L'idée c'est de factoriser quand tu peux. Mais ici tu ne peux pas (car il y a des nombres et des x). Si tu ne peux factoriser, réduis $-2x^2 + 11x = 0$ $-2xx + 11x = 0$ $x(-2x+11) = 0$ $x=0$ ou $-2x+11=0$ $-2x=-11$ $x = \frac{-11}{-2} = \frac{11}{2}$ S={0; $\frac{11}{2}$}

b. Avec les identités remarquables

Forme développée	Forme factorisée
$a^2 + 2ab + b^2 =$ $a^2 - 2ab + b^2 =$ $a^2 - b^2 =$	$(a+b)^2$ $(a-b)^2$ $(a-b)(a+b)$

Exemple:

Résout $x^2 + 6x + 9 = 0$	Résout $x^2 - 25 = 0$
$(x+3)^2 = 0$ $(x+3)(x+3) = 0$ $x + 3 = 0$ $S = \{-3\}$	$x^2 - 25 = 0$ $(x-5)(x+5) = 0$ … $S = \{-5; 5\}$

Quand tu as des carrés, ne tombe pas dans le piège des raccourcis → Factorise

☹	😊
$x^2 = 25$ $x = \sqrt{25}$ $x = 5$	$x^2 = 25$ $x^2 - 25 = 0$ $(x-5)(x+5) = 0$ $x - 5 = 0 \; ou \; x + 5 = 0$ $S = \{-5; 5\}$

Parfois, il faut savoir combiner les deux (identités remarquables et membre en commun)

Exemple : Résout l'équation $4x^2 - 24x + 36 + (6x - 18)(x + 5) = 0$

$$4x^2 - 24x + 36 + (6x - 18)(x + 5) = 0$$

$a^2 = 4x^2$ $\quad b^2 = 36$

$a = \sqrt{4x^2} = 2x$ $\quad b = 6$

$$(2x - 6)^2 + (6x - 18)(x + 5) = 0$$

$$(2x - 6)(2x - 6) + 3(2x - 6)(x + 5) = 0$$

$$(2x - 6)(2x - 6) + 3(2x - 6)(x + 5) = 0$$

$$(2x - 6)[(2x - 6) + 3(x + 5)] = 0$$

$$(2x - 6)[2x - 6 + 3x + 15] = 0$$

$$(2x - 6)[5x + 9] = 0$$

Même chose

Fractions : Quand tu as $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors tu peux faire un produit en croix

Résout $\frac{2x+3}{5} = \frac{8x+1}{2}$	Résout $\frac{x}{2} = \frac{8}{x}$
$\frac{2x+3}{5} = \frac{8x+1}{2}$ $(2x+3)2 = (8x+1)5$ $4x + 6 = 40x + 5$ 1er degré $\rightarrow$ $seul\ les\ x\ a\ gauche$ $4x = 40x + 5 - 6$ $4x = 40x - 1$ $4x - 40x = -1$ $-36x = -1$ $x = \frac{-1}{-36} = \frac{1}{36}$	$\frac{x}{2} = \frac{8}{x}$ $x^2 = 2 \times 8$ $x^2 = 16$ $x = \sqrt{16} = 4$ ou -4 $x^2 - 16 = 0$ $(x-4)(x+4) = 0$

Si tu as plusieurs fractions d'un côté, regroupe les avec un dénominateur en commun

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1(x+2)}{(x+1)(x+2)} + \frac{1(x+1)}{(x+2)(x+1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x+2}{(x+1)(x+2)} + \frac{x+1}{(x+2)(x+1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{2}{3x}$$

Produit en croix…

Valeur interdite

Quand tu as une fraction, on ne peut avoir 0 au dénominateur. Les valeurs de x telles que le dénominateur vaut 0 s'appellent les valeurs interdites. Pour les trouver, c'est exactement la même chose que ce qu'on a vu avant

Trouve les valeurs interdites de $\frac{1}{x^2+x}$ et $\frac{1}{x^2-49}$

$\frac{1}{x^2+x}$ existe si $x^2+x\neq 0$ Cherchons les valeurs interdites c'est-à-dire les solutions de $x^2+x=0$	$\frac{1}{x^2-49}$ existe si $x^2-49\neq 0$ Cherchons les valeurs interdites
$x^2+x=0$ $x(x+1)=0$ $x=0$ ou $x=-1$	$x^2-49=0$ $x^2-7^2=0$ $(x-7)(x+7)=0$ $x=7\ ou\ x=-7$
Les valeurs interdites sont -1 et 0 $x\neq -1$ et $x\neq 0$	Les valeurs interdites sont -7 et 7 $x\neq -7$ et $x=7$