

Coefficient & Coefficient réciproque

« Il n'existe rien de constant si ce n'est le changement »

Bouddha



[Source](#)

Objectif pédagogique : savoir calculer une valeur avant ou après un changement à l'aide du coefficient multiplicateur (C).

1. Contexte

Dans la vie rien n'est constant et tout change.

Votre âge change, vos notes en mathématiques aussi. Le prix de l'essence fluctue avec le temps. En raison de tous ces changements, vous pouvez vous demander :

- Comment c'était avant ?
- Que va-t-il se passer après ?
- Le changement qui va arriver, est-il grand ou pas ?


Ces questions, vous pouvez vous les poser à titre personnel (si vous êtes curieux) ou à titre professionnel dans votre futur métier. Par exemple si vous êtes entrepreneur vous pouvez vous demander : le nombre de clients va-t-il augmenter dans le futur ou diminuer, etc.

1. Calculer la valeur d'arrivée

Pour calculer la valeur d'arrivée après un changement, on utilise la formule suivante :

$$V_{\text{départ}}(1 + \%) = V_{\text{arrivée}}$$

🤖 La formule a l'air compliquée. Pour cette raison, on calcule généralement un changement en deux étapes :

	Étape 1 : On calcule le coefficient multiplicateur C_M ou C : $C = 1 + \% \text{ de changement}$ Étape 2 : On utilise la formule $V_{\text{départ}} \times C = V_{\text{arrivée}}$
---	--


Assez parlé, effectuons quelques exercices pour voir de quoi il s'agit.

Exercice 1 : Un ordinateur coûte 800€ hors taxe. Sachant que la TVA (taxe sur la valeur ajoutée) est de 20% du prix de base, à quel prix sera vendu l'ordinateur ?

Méthode 1 : Formule du changement	Méthode 2 (recommandée) : Avec le Coefficient multiplicateur
$V_{\text{départ}}(1 + \%_{\text{changement}}) = V_{\text{arrivée}}$ $\Leftrightarrow 800 \left(1 + \frac{20}{100}\right) = V_{\text{arrivée}}$ $\Leftrightarrow V_{\text{arrivée}} = 800 \times 1,2$ $\Leftrightarrow V_{\text{arrivée}} = 960$	$C = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$ $\text{Donc } V_{\text{arrivée}} = 800 \times 1,2 = 960$


Pour aller plus vite, on peut écrire V_d au lieu de $V_{\text{départ}}$, V_a au lieu de $V_{\text{arrivée}}$.
Ainsi, le calcul précédent peut s'écrire

$$C = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$$
$$V_a = 800 \times 1,2 = 960$$

 Comme tu le constates, calculer C permet de simplifier les calculs et de trouver le même résultat. Il faut donc privilégier la méthode n°2 😊

En effet, les deux formules reviennent au même...

$$V_{\text{départ}} \times (1 + \%_{\text{changement}}) = V_{\text{finale}} \quad \leftarrow \text{Si on remplace } C = 1 + \%_{\text{changement}}$$
$$V_{\text{départ}} \times C = V_{\text{finale}}$$

 Si le changement correspond à une baisse, il ne faut pas oublier le signe -

Exercice 2 : Une veste coûte 150€ et est soldée à -40%, quel est son prix final ?

Réponse : $C = 1 + \left(-\frac{40}{100}\right) = 1 - \frac{40}{100} = \frac{100}{100} - \frac{40}{100} = \frac{60}{100}$ donc $V_a = 150 \times 0,6 = 90\text{€}$.
Le prix soldé est 90€.

Note : Si vous n'êtes pas encore très confortable avec cette méthode, pensez à vérifier vos résultats avec un tableau de proportionnalité et un produit en croix. Ainsi voici une méthode plus longue (mais aussi efficace) :



Prix avant solde	100€	×	150€
Réduction	40€		x

$$\begin{aligned}100x &= 40 \times 150 \\ \Leftrightarrow 100x &= 6000 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{6000}{100} = 60\end{aligned}$$

La réduction est de 60€. Donc Prix soldé = $150 - 60 = 90\text{€}$

C'est plus long bien sûr, mais si cela peut vous éviter une mauvaise note en contrôle, n'hésitez pas à vérifier au brouillon.

2. Calculer la valeur de départ

Cours : Parfois, on cherche non pas la valeur d'arrivée, mais la valeur de départ, pas de stress 🐼. Lisez simplement attentivement l'énoncé (pour savoir si le nombre qu'on vous donne c'est V_a ou V_d et résolvez l'équation $V_d \times C = V_a$

Exercice 3 : Paris est la plus grande ville de France. En 2 020, son agglomération comptait 13 millions d'habitants, soit 6,5% de plus qu'en 2 010. Quelle était la population en 2 010 ?

Exercice 4 : Durant les soldes, une veste est vendue 180€. Sachant qu'elle est soldée à -40%, quel était le prix avant les soldes de la veste ?

Corrigé exercice 3 :

Ici, on connaît $V_a = 13$.

On peut calculer $C = 1 + \frac{6,5}{100} = 1,065$ Attention aux 0 (ne pas confondre 1,65 et 1,065)

On a donc $V_d \times C = V_a$

$$\Leftrightarrow V_d \times 1,065 = 13$$

$$\Leftrightarrow 1,065V_d = 13$$

$$\Leftrightarrow \frac{1,065V_d}{1,065} = \frac{13}{1,065}$$

$$\Leftrightarrow V_d \approx 12,21$$

Paris comptait 12,21 millions d'habitants en 2010

Note : n'oubliez pas de conclure par une phrase. Et vérifiez la cohérence de votre résultat. Si vous aviez multiplié au lieu de diviser, vous auriez trouvé $13 \times 1,065 = 13,845$ ce qui n'aurait pas été cohérent. En effet, si la population passe de 13,845 à 13 millions d'habitants, on aurait eu une baisse, pas une hausse...

Corrigé exercice 4 :

Ici, $V_a = 180$ et $C = 1 - \frac{40}{100} = 0,60$

$V_d \times C = V_a$

$$\Leftrightarrow V_d \times 0,6 = 180$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_d \times 0,6}{0,6} = \frac{180}{0,6}$$

$$V_d = 300$$

Avant solde, la veste coûtait 300€...



Pour éviter les erreurs, n'oubliez pas :

- Si on a une hausse, $C > 1$
- Si on a une baisse, $C < 1$

3. Calculer le % de changement

Parfois, on vous demande de calculer le % de changement. Dans ce cas, voici la méthode à suivre :

- Étape 1 : Posez l'équation $V_d \times C = V_a$
- Étape 2 : Isolez C
- Étape 3 : Calculez le % de change : $\%_{\text{changement}} = C - 1$

Explication de l'étape 3 :

$$C = 1 + \%_{\text{changement}}$$

$$C - 1 = 1 + \%_{\text{changement}} - 1$$

$$\%_{\text{changement}} = C - 1$$



N'oubliez pas de multiplier le résultat par 100 car on parle de %

Assez parlé, voici un exemple :

Exercice 5 : Shanghai est la ville la plus peuplée de Chine. En 2010, la population était de 23 019 200 habitants. En 2020, la population était de 24 281 400 habitants.

- 1) Calculer le Coefficient multiplicateur entre 2010 et 2020 (arrondir à 3 décimales)
- 2) En déduire le % de changement
- 3) Si la croissance de la ville sera la même entre 2020 et 2030 qu'entre 2010 et 2020, calcule la population de la ville en 2030

Corrigé

Question 1

$$\begin{aligned} V_d \times C &= V_a \\ 23\,019\,200 \times C &= 24\,281\,400 \\ C &= \frac{24\,281\,400}{23\,019\,200} \approx 1,055 \end{aligned}$$

Erreur type : 1,054 (car après le 4, il y a un 8)

$$\begin{array}{r} 24281400 \\ 23019200 \\ \hline 1,054832488 \end{array}$$

$$\%_{\text{changement}} = C - 1 = 1,055 - 1 = 0,055$$

$$0,055 \times 100 = 5,5\%$$

Question 2

La population de la ville a augmenté de 5,5% de 2010 à 2020

Erreur type : oublier de multiplier par 100 et penser que la hausse est de 0,055% au lieu de 5,5%

2020 est la valeur d'arrivée par rapport à 2010... Mais c'est la valeur de départ (par rapport à 2030)

Question 3

$$\begin{aligned} V_d \times C &= V_a \\ 24\,281\,400 \times 1,055 &= V_a \\ V_a &= 25\,616\,877 \end{aligned}$$

En 2030, si la tendance se poursuit, Shanghai sera peuplée de 25,6 millions d'habitants (30 fois plus que Marseille !)

Pour calculer plus vite un % de changement, on peut aussi utiliser la formule suivante : $\%_{\text{changement}} = \frac{V_a - V_d}{V_d} \times 100$



Dans l'exemple précédent de Shanghai,

$$\% \text{ de changement} = \frac{24\,281\,400 - 23\,019\,200}{23\,019\,200} \approx 0,055 \text{ soit } 5,5\%$$

$$\frac{24281400 - 23019200}{23019200}$$

$$0,05483248766$$

Exercice 6 : Au lycée Voltaire, 40 élèves faisaient partir du club de théâtre en 2020. En 2021, ils étaient 52. Quel est le pourcentage de changement ?

Méthode 1 : Calculer C puis %	Méthode 2 : Utiliser $\frac{V_a - V_d}{V_d} \times 100$
$V_d \times C = V_a$ $40 \times C = 52$ $C = \frac{52}{40} = 1,3$ $\%_{\text{changement}} = C - 1 = 0,3$ $0,3 \times 100 = 30$ <p>Donc le % de changement est de 30%</p>	$\%_{\text{changement}} = \frac{V_a - V_d}{V_d} \times 100$ $\% = \frac{52 - 40}{40} \times 100 = 30$ <p>Donc le % de changement est de 30%</p> <p>Plus simple que la méthode 1, non ?</p>

4. Calculer le coefficient réciproque

Cours : Parfois certaines hausses sont désirables, parfois pas. On peut donc être amené à se demander : comment éliminer le changement passé pour revenir à la situation de départ ?

Pour répondre à cette question, il faut calculer le coefficient réciproque, noté C' , avec la formule suivante

$$C' = \frac{1}{C}$$

Puis utilisez de façon traditionnelle la formule $V_a \times C' = V_a$

Exercice 7 : D'après [Cardisiac](#), en France, le prix des carburants a monté de 20% entre 2020 et 2021

1. Calcule le coefficient multiplicateur
2. Calcule le coefficient réciproque (arrondir à 3 décimales)
3. Quel devrait être le % de baisse du prix du carburant (entre 2021 et 2022) pour qu'à la fin de 2022, on retrouve les prix de 2020 (arrondir à 0,1% près).



Question 1	$C = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$
Question 2	$C' = \frac{1}{C} = \frac{1}{1,2} \approx 0,833$
Question 3	<p>$\% = C' - 1$ $\% = 0,833 - 1$ $\% = -0,167$ donc $-16,7\%$</p> <p>Pour que le prix du carburant retrouve sa valeur initiale (de 2020), il faudrait qu'il baisse d'environ 16,7%...</p> <p>Note : Une baisse de 16,7% permet donc d'annuler une hausse de 20%. % de hausse et de baisse ne se compensent pas.</p> <p>Piège type : oublier le - et dire 17% au lieu de -17%</p>

Exercice 8 : D'après [Le Figaro](#), en janvier 2017, le prix des appartements parisiens était de 9 165€ le m². En janvier 2022, il était de 11 589€.

1. Quel est le % de hausse entre 2017 et 2022 ?
2. Quel est le coefficient multiplicateur entre 2017 et 2022 ? Arrondir à 2 décimales.
3. Quel est le coefficient inverse ?
4. Quel devrait être le % de baisse pour annuler la hausse ayant eu lieu entre 2017 et 2022 ?

Question 1	Attention à bien identifier dans l'énoncé quelle est la valeur de départ et d'arrivée $\%_{\text{changement}} = \frac{V_a - V_d}{V_d} \times 100 = \frac{11589 - 9165}{9165} \times 100 \approx 26,45\%$
Question 2	$C = 1 + \frac{26,45}{100} = 1,2645 \approx 1,26$
Question 3	$C' = \frac{1}{C} = \frac{1}{1,26} \approx 0,79$
Question 4	$\% = C' - 1 = 0,79 - 1 = -0,21 \text{ soit } -21\%$ Il faudrait que le prix de l'immobilier baisse de 21% pour annuler la hausse des 5 dernières années... Piège : oublier d'enlever 1 et dire C'=0,79 signifie 79% de baisse au lieu de 21%...

Exercice 9 : En raisons de chasses jusqu'au milieu du XX^e siècle, la population de tigres a fortement décru, passant d'un effectif estimé à 100 000 individus en 1900 à environ 3 500 tigres à la fin du 20^{ème} siècle, la majorité vivant en Inde.

1. Quel est le C correspondant à la baisse de la population de tigre au cours du 20^{ème} siècle
2. Calcule C'
3. Quel devrait être le % de hausse pour que la population de tigre revienne à la situation de 1900



[Source](#)

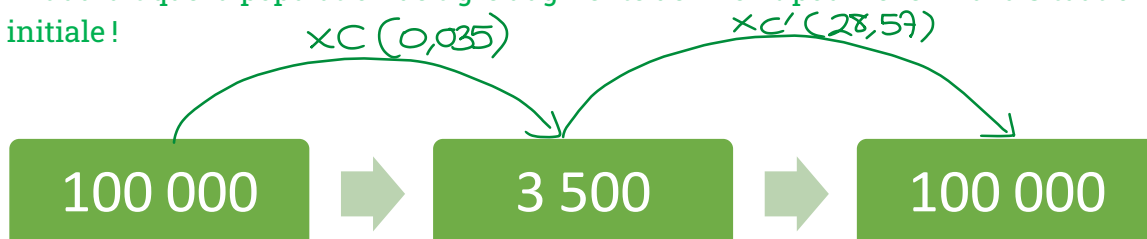
Correction

$$V_d \times C = V_a \Leftrightarrow 100\,000C = 3500 \Leftrightarrow C = \frac{3500}{100000} = 0,035$$

$$C' = \frac{1}{C} = \frac{1}{0,035} \approx 28,57$$

$$\% = C' - 1 = 28,57 - 1 = 27,57 \text{ donc } 2757\%$$

Il faudrait que la population de tigre augmente de 2 757% pour revenir à la situation initiale!



5. Plusieurs changements progressifs (hors programme de 2^{nde})

Les % de changements successifs ne s'additionnent pas

Deux hausses de 10% \neq Une hausse de 20%



En effet, la valeur de départ change à chaque calcul. Pour cette raison, s'il existe plusieurs changements successifs, vous avez 2 possibilités :

- Faire un calcul en plusieurs étapes.
- Multiplier les coefficients multiplicateurs successifs

La méthode à suivre sera expliquée dans l'exercice ci-dessous :

Exercice 10 : D'après le site Capital.fr, en 2005, il y avait 809 millions de touristes internationaux dans le monde.

- Entre 2005 et 2010, le nombre de touristes a augmenté de 18%.
- Entre 2010 et 2015, il a encore augmenté de 25%.

1. Combien y a-t-il de touristes internationaux en 2015 (en millions) ?

2. Quel est le % d'augmentation du nombre de touristes internationaux entre 2005 et 2015 ?



Méthode n°1 : Calculer les changements successifs	Méthode n°2 : Multiplier les C ensemble
$C = 1 + \frac{18}{100} = 1,18$ Touristes en 2010 : $V_d \times C = 809 \times 1,18 = 954,62$	$C_1 = 1 + \frac{18}{100} = 1,18$ $C_2 = 1 + \frac{25}{100} = 1,25$
$C = 1 + \frac{25}{100} = 1,25$ Touristes 2015 : $V_d \times C = 954,62 \times 1,25 = 1\,193,275$	Touristes en 2015 : $V_d \times C_1 \times C_2$ $809 \times 1,18 \times 1,25 = 1\,193,275$
Il y avait environ 1193 millions (1,19 milliard) de touristes internationaux en 2015	

$$\%_{\text{changement}} = \frac{V_a - V_d}{V_d} \times 100 = \frac{1193 - 809}{809} \times 100 \approx 47,5(\%)$$

Bilan : Une hausse de 18% et de 25% ne donne pas une hausse de $18 + 25 = 43\%$, mais 47,5%.
Bref les % de changements ne s'additionnent pas.

6. Synthèse

Voici les formules les plus importantes à connaître :

Calculer V_d ou V_a	Annuler un changement	2 formules pour calculer un % de changement
Étape 1 : Calculer $C = 1 + \%$ Étape 2 : $V_d \times C = V_a$ Faire de même si plusieurs changements  Ne pas oublier le signe moins si % de baisse	Calculer $C' = \frac{1}{C}$	$\%_{\text{changement}} = \frac{V_a - V_d}{V_d} \times 100$ $\%_{\text{changement}} = C - 1$  Ne pas oublier de $\times 100$ pour calculer le % de changement

Ce dossier est désormais terminé. J'espère qu'il vous a plu et bon courage au prochain contrôle. 🍌🥰🚀