🚀 Les indispensables des maths 🚀

Envie de devenir un(e) boss des maths ? Voici les bases indispensables à connaître pour pouvoir bien suivre le programme de mathématiques du lycée. **Bonne lecture.**

Sommaire

1a. Calcul mental (niveau de base) 2
- a. Tables de multiplication 2
- b. Savoir poser les calculs 2

1b. Calcul mental (niveau de pro) 3

1b. Savoir simplifier un calcul 4

2. Arithmétique 5
- a. Divisibilité 5
- b. Nombres premiers 5

3. Fractions 6
- a. Règles de calcul 6
- b. Simplification de fractions. 6

4. Algèbre 7
- a. Les 4 transformations algébriques 7
- b. Résoudre une équation 8

5. Puissance 9
- a. Règles de calcul 9
- b. Erreurs type 9

6. Racines 10
- 1. Calculer une racine 10
- 2. Simplifier une racine 10
- 3. Se débarrasser d'une racine 10
- 4. Valeurs à connaître par cœur 10

7. Géométrie 11
- 1. Les différents types de triangles 11
- 2. Propriété des triangles : 11
- 3. Calculer une longueur 11
- 4. Propriété des quadrilatères 12
- 5. Autres propriétés (droites et cercles) 12

8. Consignes mathématiques 13

9. Erreurs type 15
- a. Erreurs de fractions 15
- b. Erreurs de puissances 15
- c. Erreurs de racines 16
- d. Autres erreurs 16

10. Comment limiter les erreurs ? 17
- Étape 1 : Prévenir [Avant le contrôle] 17
- Étape 2 : Guérir [Pendant le contrôle] 18

1a. Calcul mental (niveau de base)

Savoir calculer mentalement permet de gagner du temps et de limiter les risques d'erreurs de calcul. Voici ce que tu dois impérativement connaître :

a. Tables de multiplication

Tu dois connaître tes tables de 1 jusque 10. Voici les tables les plus difficiles à mémoriser que tu dois impérativement apprendre par cœur :

×	6	7	8	9
1	6	7	8	9
2	12	14	16	18
3	18	21	24	27
4	24	28	32	36
5	30	35	40	45
6	36	42	48	54
7	42	49	56	63
8	48	56	64	72
9	54	63	72	81
10	60	70	80	90

Pour les mémoriser, tu peux :
1. Créer des flashcards (cartes disposant d'une question au recto et d'une réponse au verso visant à favoriser l'apprentissage de formules) au format papier ou avec l'application Anki.
2. Demander à tes parents de t'interroger.

La table de 9 est facile à retenir. En effet, la somme des chiffres donne 9 (18 : 1+8=9. 27 :2+7=9...)
Ainsi 9 x 6 = Combien ? 56 ou 54 ? 54 bien sûr, car 5+6=11 mais 5+4=9.

Tu as un doute ? Décompose avec la table de 5 et distribue les termes.

Exemple 1 : 8 × 7 = 54 ou 56 ? 8x7=8x(5+2)=40+16=56 **Problème résolu** 😎

Exemple 2 : 8 × 7 = (5+3)(5+2)=25+10+15+6=56

$$\begin{array}{r} 25 \\ +\ 10 \\ +\ 15 \\ +\ \ 6 \\ \hline 56 \end{array}$$

b. Savoir poser les calculs

Tu dois impérativement savoir poser un calcul (+, −, × ou ÷) au brouillon.

Addition : 18 + 32,3

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\ 32{,}3 \\ \hline 34{,}1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18{,}0 \\ +\ 32{,}3 \\ \hline 50{,}3 \end{array}$$

Soustraction : poser le grand – petit.

Exemple : 62 − 25,5

$$\begin{array}{r} 62{,}0 \\ -\ 25{,}5 \\ \hline 36{,}5 \end{array}$$

Multiplication

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times\ 78 \\ \hline 448 \\ 392 \\ \hline 4368 \end{array}$$

Division

$$\begin{array}{r|l} 309 & 3 \\ \hline -3 & 103 \\ \hline -00 & \\ \hline -09 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Tu as oublié comment poser un calcul ? Regarde vite les vidéos ci-dessous :
Savoir poser une addition - Savoir poser une soustraction
Savoir poser une multiplication - Savoir poser une division

1b. Calcul mental (niveau de pro)

Envie de devenir un pro en maths ? Voici quelques autres valeurs qui te seront grandement utiles.

Carrés d'entiers (très utiles dans les problèmes de Pythagore ou le calcul de Δ en classe de 1ère)

1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

Puissances de 2

2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Les cubes

1^3	2^3	3^3	4^3	5^3
1	8	27	64	125

Les fractions

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$
0,5 *ou* 50%	0,33 … ≈ 33%	0,25 *ou* 25%	0,75 *ou* 75%	0,2 *ou* 20%

Autre : $\pi \approx 3,14$

Pourquoi est-ce utile ? Connaître la valeur des fractions permet de simplifier les calculs avec des décimales :

Exemple : $0,25 \times 32 = ?$

Je sais que $0,25 = \frac{1}{4}$

Je calcule : $0,25 \times 32 = \frac{1}{4} \times 32$

$= \frac{1}{4} \times \frac{32}{1}$

$= \frac{32}{4}$

$= \frac{\cancel{4} \times 8}{\cancel{4}} = 8$

Une autre technique : décaler la virgule en écrivant /10 ou /100

Exemple : $0,02 \times 0,4 \times 6000 = \frac{2}{100} \times \frac{4}{10} \times 6000 = \frac{2 \times 4 \times 6\cancel{000}}{1\cancel{00} \times 1\cancel{0}} = \frac{2 \times 4 \times 6}{1 \times 1} = \frac{8 \times 6}{1} = \frac{48}{1} = 48$

Note : on a écrit $0,02 = \frac{2}{100}$ (/100) car deux décimales. $0,4 = \frac{4}{10}$ (/10 car 1 décimale).

1b. Savoir simplifier un calcul

Même en étant bon en calcul mental, avec la fatigue, le stress ou le manque de temps, il est facile de commettre des erreurs de calcul ou d'inattention. Pour limiter le risque, **simplifie avant de calculer**. Voici les techniques les plus courantes :

- **Règle des signes :** les **–** s'annulent par paire. La règle des signes fonctionne pour les signes consécutifs, le produit ou la division (clique ici pour en savoir plus).

$5-(-2)-(+3)=5+2-3$ **et** $(-3)\times(-2)=+6$ **et** $\frac{2}{-1}=-2$

- **Moins devant parenthèse :** Un moins devant une parenthèse inverse les signes **visibles** à l'intérieur de celle-ci au moment où on l'enlève.

😊 $x-(2x-y+3)=x-2x+y-3$ $\quad$ $x-(-x^2+3)=x+x^2-3$

- **Simplifie les grands nombres en facteurs plus petits :**

☹ $\frac{12}{18}\times 21=\frac{252}{18}$ $\quad$ 😊 $\frac{12}{18}\times 21=\frac{2}{3}\times 21=\frac{2\times 7\times \cancel{3}}{\cancel{3}}=14$

- **Factoriser** = mieux que développer.

☹
(x+2)(2x+3)-(x+2)(3x+5)=0
$2x^2+3x+4x+6-(3x^2+5x+6x+10)=0$
$2x^2+7x+6-(3x^2+11x+10)=0$
$2x^2+7x+6-3x^2-11x-10=0$
$-x^2-4x-4=0$
Δ ...

😊
(x+2)(2x+3)-(x+2)(3x+5)=0
(x+2)[(2x+3)-(3x+5)]=0
(x+2)[2x+3-3x-5]=0
(x+2)(-x-2)=0
x+2=0 ou -x-2=0
S={-2,2}

- **Réduire** (quand la factorisation n'est pas possible)

☹ $2x^2-(-2x+x^2-5x)+3(x+1)$ $\quad$ 😐 $2x^2+2x-x^2+5x+3x+3$ $\quad$ 😊 $x^2+10x+3$

- **Transforme les décimales en fractions :**

☹ $0{,}25\times 16=\ ?$

$\sqrt{0{,}04}=?$

😊 $\frac{1}{4}\times 16=4$

$\sqrt{0{,}04}=\sqrt{\frac{4}{100}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}}=\frac{2}{10}=0{,}2$

2. Arithmétique

a. Divisibilité

Un nombre est divisible par	Règle	Exemple/Contre-exemple
2	Le chiffre des unités est pair.	😊 2024 ☹️ 2025
3	La somme des chiffres est un multiple de 3.	☹️ 2024, car 2+0+2+4=8 & 8 n'est pas un multiple de 3 😊 2025, car 2+0+2+5=9 & 9 est un multiple de 3
5	Le chiffre des unités = 0 ou 5.	😊 2020, 2025 ☹️ 2023
9	La somme des chiffres est un multiple de 9.	☹️ 2022, car 2+0+2+2=6 et 6 n'est pas un multiple de 9 😊 2025, car 2+0+2+5=9 et 9 est un multiple de 9 (9x1) 😊 963, car 9+6+3=18 et 18 est un multiple de 9
10	Le chiffre des unités est 0	😊 2020 ☹️ 2025

b. Nombres premiers

Un **nombre premier** est un nombre n'ayant que deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Il y a une ∞ de nombres premiers. Voici les nombres premiers < 20

2	**3**	**5**	**7**	**11**	**13**	**17**	**19**

⚠️ 1 n'est **PAS** premier (1 n'est divisible que par 1 et lui-même, mais n'a que 1 diviseur et on en veut 2).

⚠️ 2 est l'unique nombre premier pair.

🤯 Les nombres premiers sont utilisés pour sécuriser les données sur Internet (via le chiffrement RSA).

3. Fractions

Vocabulaire : Nombre du haut = numérateur. Nombre du bas = dénominateur.

$\frac{2}{3}$ 2=numérateur, 3=dénominateur

a. Règles de calcul

Addition/Soustraction : il faut un dénominateur commun : $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1\times2}{2\times2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Multiplication : On multiplie en haut et en bas $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$

Si pas de dénominateur, écrire /1 ☹ $2\times\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$ 😊 $2\times\frac{3}{5}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

Diviser : On multiplie par l'inverse. 😊 $\frac{2}{\frac{3}{4}}=2\div\frac{3}{4}=\frac{2}{1}\times\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$

Signe : Peu importe où se trouve le signe -, ça ne change rien : 😊 $-\frac{2}{3}=\frac{-2}{3}=\frac{2}{-3}$

Égalité de fractions : Tu peux effectuer un produit en croix :

$\frac{x}{2}=\frac{x+1}{3}$ $\frac{x}{2}\times\frac{x+1}{3}$ $\Leftrightarrow 3x=2(x+1)$ $\Leftrightarrow 3x=2x+2$ $\Leftrightarrow$ $x=2$

💡 **« De » :** on multiplie

😊 Le quart de 800 → $\frac{1}{4}\times800=200$

b. Simplification de fractions.

Quand on a des grands nombres, il faut les simplifier en les exprimant sous forme de produits de petits nombres (aide-toi des critères de divisibilité).

$\frac{12}{14}\times\frac{49}{21}=?$

✗ Mauvaise approche ✗	✓ Bonne approche ✓
$\frac{12}{14}\times\frac{49}{21}$ $\Leftrightarrow\frac{12\times49}{14\times21}$ $\Leftrightarrow\frac{588}{294}$ **Pourquoi c'est mal ?** Difficile de fair 12×49 et 14×21 sans calculatrice. Et à la fin on « tombe » sur des grands nombres difficiles à manipuler. Ici, simplifier les nombres avant de calculer est plus judicieux.	$\frac{12}{14}\times\frac{49}{21}$ $\Leftrightarrow\frac{6\times\cancel{2}}{7\times\cancel{2}}\times\frac{\cancel{7}\times7}{\cancel{7}\times3}$ $\Leftrightarrow\frac{6\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times3}$ $\Leftrightarrow\frac{6}{3}$ $\Leftrightarrow 2$

Somme de fractions : on peut séparer les numérateurs :

😊 $\frac{49+35}{7}=\frac{49}{7}+\frac{35}{7}=7+5=12$ ou 😊 $\frac{49+35}{7}=\frac{84}{7}=12$

Mais **PAS** les dénominateurs :

☹ $\frac{1}{2+2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$ 😊 $\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$

On ne peut simplifier une fraction **QUE** en la factorisant ou en séparant les numérateurs :

☹ $\frac{x^2+\cancel{x}}{2\cancel{x}}=\frac{x^2}{2}$ 😊 $\frac{x^2+x}{2x}=\frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(2)}=\frac{x+1}{2}$ 😊 $\frac{x^2+x}{2x}=\frac{x^2}{2x}+\frac{x}{2x}=\frac{x\cancel{x}}{2\cancel{x}}+\frac{1\cancel{x}}{2\cancel{x}}=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$

Envie d'en savoir plus sur les fractions ?

Clique sur le lien suivant ou flashe le QR code suivant : bit.ly/regle-des-fractions

4. Algèbre

Voici les principales choses à maîtriser en algèbre (algèbre = calcul avec des lettres).

a. Les 4 transformations algébriques

1) Développer = sortir des parenthèses.

Ex 1 : $2(x+3) = 2 \times x + 2 \times 3 = 2x + 6$

Ex 2 : $(x+2)(x-4) = x^2 - 4x + 2x - 8$

2) Factoriser : transformer une somme en un produit.

Méthode 1 : Utiliser un terme en commun : $xy + 3x = x(y+3)$

Conseil : écrire 1 devant un membre non précédé d'un nombre :

$x^2 + \boldsymbol{x} = xx + \mathbf{1}\boldsymbol{x} = x(x+1)$

Méthode 2 : Utiliser une identité remarquable :

$a^2 + 2ab + b^2 \to (a+b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 \to (a-b)^2$

$a^2 - b^2 \to (a-b)(a+b)$

Exemple : $4x^2 - 16 = (2x)^2 - 4^2 = (2x-4)(2x+4)$ en utilisant $a^2 - b^2$

3) Réduire : regrouper les termes similaires. On dit réduire, car on réduit la taille de l'expression.

Exemple : $2x^2 + 3x - 8 + 4x - 3$

$= 2x^2 + 7x - 11$

4) Substituer : Dans un système d'équations (groupe de 2 équations à 2 inconnues), il existe deux stratégies de résolution :

- **La substitution :** remplace une inconnue par une autre.
- **La combinaison :** associe les lignes entre elles pour éliminer une inconnue.

Méthode n°1 : Substituer	Méthode n°2 : Combiner
$\begin{cases} y + 2x = 5 \\ 2y + 3x = 9 \end{cases}$	$\begin{cases} y + 2x = 5 \\ 2y + 3x = 9 \end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 2(5-2x) + 3x = 9 \end{cases}$	Ligne$_1 \times 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 4x = 10 \\ 2y + 3x = 9 \end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 10 - x = 9 \end{cases}$	Ligne$_1$ – Ligne$_2$ $\Leftrightarrow 2y + 4x - (2y + 3x) = 10 - 9$ $\Leftrightarrow \cancel{2y} + 4x \cancel{- 2y} - 3x = 1$ $\Leftrightarrow x = 1$
$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 1 = x \end{cases}$	On remplace x par 1 dans l'une des deux lignes (disons Ligne$_2$) : $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2y + 3(1) = 9 \end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2(1) = 3 \\ 1 = x \end{cases}$	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2y = 6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$
Les solutions du système d'équation sont $x = 1$ et $y = 3$.	

b. Résoudre une équation

Équation de degré 1 : On isole les x d'un côté (**généralement** à gauche), les nombres de l'autre (**généralement** à droite).

Pour éliminer un $+$, on utilise $-$ (et inversement)
Pour éliminer $\times$, on utilise $\div$ (et inversement)

✗ Mauvaise approche ✗	✓ Bonne approche ✓
$2x - 5 = 20$ $\Leftrightarrow 2x = 15$ $\Leftrightarrow x = 15 - 2$ $\Leftrightarrow x = 13$	$2x - 5 = 20$ $\Leftrightarrow 2x - 5 + 5 = 20 + 5$ $\Leftrightarrow 2x = 25$ $\Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{15}{2}$ $\Leftrightarrow x = \frac{15}{2}$

Équation produit : (**<u>ne pas développer</u>**) Un produit est nul si l'un des membres vaut 0.

✗ Mauvaise approche ✗	✓ Bonne approche ✓
$(x+2)(3x-2) = 0$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 6x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 4 = 0$ C'est mathématiquement juste, mais impossible à résoudre jusqu'en classe de seconde...	$(x+2)(3-2x) = 0$ $\Leftrightarrow x + 2 = 0$ ou $\Leftrightarrow 3 - 2x = 0$ $\Leftrightarrow x = -2$ ou $\Leftrightarrow 3 = 2x$ $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ **Solutions :** $\{-2; \frac{3}{2}\}$

Égalité de fraction : Fais un produit en croix.

$\frac{x}{2} = \frac{x+1}{3}$ $\quad$ $\frac{x}{2} = \frac{x+1}{3}$ $\Leftrightarrow 3x = 2(x+1) \Leftrightarrow 3x = 2x + 2 \Leftrightarrow x = 2$

Équation de degré 2 de type $x^2 = k$: $x = \pm\sqrt{k}$

✗ Mauvaise approche ✗	✓ Bonne approche ✓
$x^2 = 16$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{16}$ $\Leftrightarrow x = 4$	$x^2 = 16$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{16}\ ou - \sqrt{16}$ $\Leftrightarrow x = 4\ ou\ x = -4$

Équation de degré 2 ou plus : factorise (ou calcule le Δ si tu es en première) pour retrouver une équation-produit :

✗ Mauvaise approche ✗	✓ Bonne approche ✓
$x^2 = 16$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{16}$ $\Leftrightarrow x = 4$	$x^2 = 16$ $\Leftrightarrow x^2 - 16 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 4^2 = 0$ $\Leftrightarrow (x-4)(x+4) = 0$ $\Leftrightarrow x - 4 = 0\ ou\ x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow x = 4\ ou\ x = -4$

5. Puissance

Un carré est toujours positif. Ex : $(2x^2 - 3x + 5)^2 \geq 0$

Lycée (1ère) : Une exponentielle est toujours strictement positive car $e \approx 2{,}72$ (positif)
Donc $e^x = e \times e \ldots \times e =$ produit de positif = Positif.
Conclusion : $e^{qqchose} > 0$

L'exposant (nombre du haut) = nombre de multiplications successives.

Exemple : $2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{On multiplie 3 « deux » ensemble.}}$

a. Règles de calcul

	Règle	Exemple numérique	Pourquoi ?
Produit	$a^b \times a^c = a^{b+c}$	$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$	$2^2 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$
Division	$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$	$\frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2^1$	$\frac{2^3}{2^2} = \frac{\cancel{2 \times 2} \times 2}{\cancel{2 \times 2}} = 2$
Puissance 0	$a^0 = 1$	$2^0 = 1$ $(-2)^0 = 1$	$\frac{2^n}{2^n} = 2^{n-n} = 2^0$ & $\frac{2^n}{2^n} = \frac{nombre}{lui-même} = 1$
Puissance (-)	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$	$2^{-3} = 2^{0-3} = \frac{2^0}{2^3} = \frac{1}{8}$
Puissance à la puissance	$(a^b)^c = a^{bc}$	$(2^2)^3 = 2^6$	$(2^2)^3 = (2^2)(2^2)(2^2) = 2^{2+2+2} = 2^{2\times3} = 2^6$
Addition/soustraction : Erreur type	$a^b + a^c \neq a^{b+c}$		$2^2 + 2^3 = 4 + 8 = 12$ $\quad 2^5 = 32$ ✗ $2^2 + 2^3 \neq 2^5$

Si tu as oublié les règles ci-dessus, écris les multiplications pour retrouver/déduire les règles.

b. Erreurs type

☹ $2^4 - 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$ → 😊 **Calcule...** → **Méthode 1 :** $2^4 - 2^3 = 16 - 8 = 8$
Ou factorise → **Méthode 2 :** $2^4 - 2^3 = 2^3(2^1 - 1) = 2^3(1) = 8$

☹ $2 \times 2^3 = 4^3$ → 😊 **Écris la puissance implicite** → $2 \times 2^3 = 2^1 \times 2^3 = 2^{1+3} = 2^4$

Envie d'en savoir plus sur les puissances ?
Clique sur le lien suivant ou flashe le QR code suivant : bit.ly/les-puissances

6. Racines

1. Calculer une racine

On peut les regrouper/dégrouper si × ou ÷

$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$

$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{18 \times 2} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} = \frac{8}{3}$

$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$

Mais jamais avec + ou -

✗ $\cancel{\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}}$

Preuve : $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

$5 \neq 7$ d'où $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$

Conséquence : $\sqrt{x^2 + y^2} \neq x + y$

💡 **Le savais-tu ?** $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$. C'est pour cela que $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$ car $\left(\sqrt{x}\right)^2 = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = x^{\frac{1}{2} \times 2} = x^1 = x$

2. Simplifier une racine

Simplifier les racines avec les « grands carrés parfaits » puis regroupe les par factorisation.

$\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{72}$

⇔ $\sqrt{25 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{36 \times 2}$

⇔ $\sqrt{25}\sqrt{2} + \sqrt{9}\sqrt{2} - \sqrt{36}\sqrt{2}$

⇔ $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

⇔ $\sqrt{2}[5 + 3 - 6]$

⇔ $2\sqrt{2}$

3. Se débarrasser d'une racine

Par convention, on supprime la racine au dénominateur :

Stratégie 1 : Multiplie en haut/en bas par la racine $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Stratégie 2 : Multiplie par la quantité conjuguée ($a - b \rightarrow a + b$ $\quad a + b \rightarrow a - b$)

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1(1 - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{-2} = \frac{(-1)(\sqrt{3} - 1)}{(-1)(2)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

4. Valeurs à connaître par cœur

$\sqrt{2} \approx 1{,}4$ $\qquad$ $\sqrt{3} \approx 1{,}7$

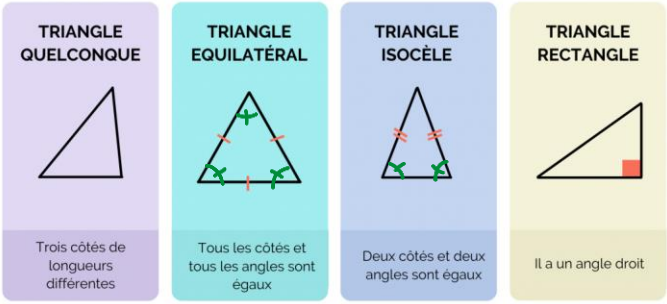
💡 **Savoir approximer :** je sais que $\sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{36} = 6$. Or $25 < 31 < 36$. Donc $\sqrt{31} \in]5; 6[$

7. Géométrie

Aire = surface située à l'intérieur d'une figure. **Périmètre** = Tour d'une figure.

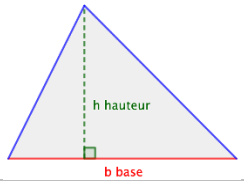
💡 **Péri**mètre = Tour, comme le **péri**phérique parisien qui fait le tour de Paris.

1. Les différents types de triangles



2. Propriété des triangles :

La somme des angles vaut 180°. Un angle droit vaut 90°.



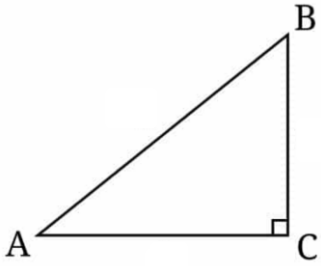
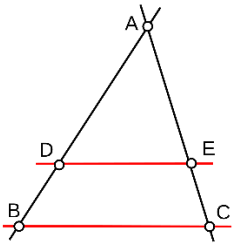
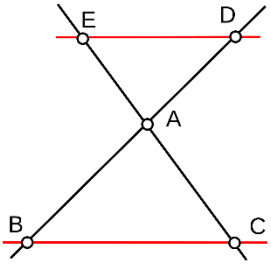
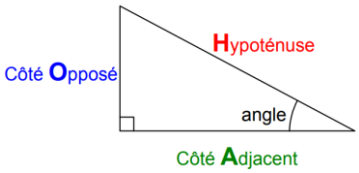
Aire $= \frac{Base \times Hauteur}{2}$

Périmètre = Somme des 3 côtés.

Note : La hauteur est le segment passant par un sommet et perpendiculaire à la base.

3. Calculer une longueur

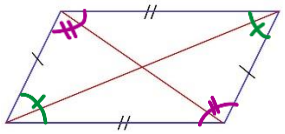
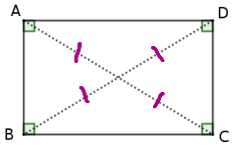
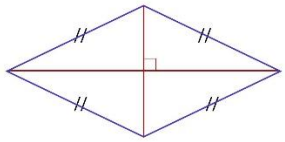
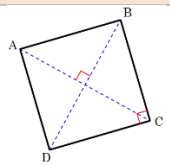
Au collège, voici les 3 principaux moyens de calculer une longueur en géométrie :

Théorème de Pythagore	Théorème de Thalès	Trigonométrie
Condition : avoir un triangle rectangle et connaître 2 longueurs.	**Condition :** avoir deux droites parallèles.	**Condition :** avoir un triangle rectangle et connaître 1 longueur et 1 angle.
 L'hypoténuse au carré est égale à la somme des deux autres côtés au carré. $AB^2 = AC^2 + BC^2$	 Ou  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$	 $\cos(x) = \frac{adjacent}{hypoténuse}$ $\sin(x) = \frac{opposé}{hypoténuse}$ $\tan(x) = \frac{opposé}{adjacent}$ **Phrase magique :**

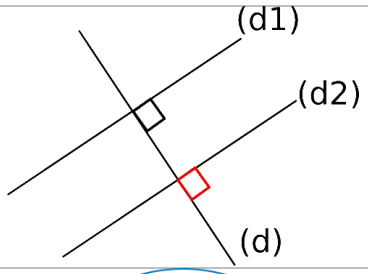
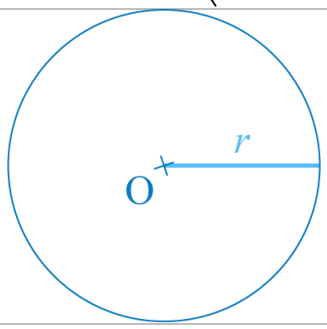
4. Propriété des quadrilatères

Polygone = forme disposant de plusieurs côtés.

Quadrilatère : polygone à 4 côtés.

Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
			
Propriétés : • Côtés opposés parallèles. • Côtés opposés de même longueur. • Diagonales se coupent en leur milieu. • Angles opposés de même valeur.	**Propriétés :** • Celles du parallélogramme. + • 4 angles droits. • Diagonales de même longueur.	**Propriétés :** • Celles du parallélogramme. + • 4 côtés de même longueur. • Diagonales perpendiculaires.	**Propriétés :** • Celles du rectangle. • Celles du losange.
Périmètre = 2(L+l)	**Aire :** Longueur x largeur **Périmètre** = 2(L+l)	**Aire** = $\frac{Diag_1 \times Diag_2}{2}$ **Périmètre** = 4× côté	**Aire** = $côté^2$ **Périmètre** = 4 × côtés

5. Autres propriétés (droites et cercles)

Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles. 🦊 Cette propriété est très utile pour prouver que deux droites sont parallèles et utiliser ensuite le théorème de Thalès.	
Périmètre (tour) = $2\pi r$ **Aire** = πr^2 (comme les **m²** des appartements)	

8. Consignes mathématiques

Voici les mots-clés les plus utilisés en mathématiques, et ce qu'ils signifient.

Montrer que + Résultat = Calcul difficile qu'il faut effectuer. Le professeur te donne la réponse pour que tu puisses faire la suite de l'exercice même si tu n'as pas réussi le calcul.

En déduire : À l'aide de la question précédente. Réutilise le résultat d'avant pour faire la question.

Exemple : Soit $f(x) = (x+3)^2 - 25$ **1) Montrer que $(x+3)^2 - 25 = (x+8)(x-2)$** **2) En déduire les solutions de $f(x) = 0$**		
	✗ Mauvaise approche ✗	**✓ Bonne approche ✓**
Question 1	$(x+3)^2 - 25 = (x+8)(x-2)$ $x^2 + 6x + 9 - 25 = x^2 - 2x + 8x - 16$ $x^2 + 6x - 16 = x^2 + 6x - 16$	$(x+3)^2 - 25 = (x+3)^2 - 5^2$ Or $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ D'où $(x+3)^2 - 25 = (x+3+5)(x+3-5)$ $\Leftrightarrow \quad = (x+8)(x-2)$ L'égalité est démontrée.
	Commentaire : On n'a pas le droit d'écrire l'égalité dès le début car on ne le sait pas. **Montrer que + Réponse** indique seulement le résultat de la dernière ligne. Il faut transformer le membre de gauche ou le membre de droite.	**Note :** on aurait aussi pu démontrer l'égalité en développant le membre de gauche et le membre de droite avec **d'une part, d'autre part…** D'une part : $(x-3)^2 - 25 = \cdots$ D'autre part : $(x+8)(x-2) = \cdots$
Question 2	**✗ Mauvaise approche ✗**	**✓ Bonne approche ✓**
	$f(x) = 0$ $\Leftrightarrow (x+3)^2 - 25 = 0$ $???$	$f(x) = 0$ $\Leftrightarrow \mathbf{(x+8)(x-2) = 0}$ $\Leftrightarrow x + 8 = 0 \; ou \; x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow x = -8 \; ou \; x = 2$ $\Leftrightarrow S = \{-8,2\}$
	Commentaire : En déduire = réutiliser le résultat d'avant, **PAS** la forme initiale.	

Conjecturer : Émettre une hypothèse, même non prouvée. On peut conjecturer grâce à un test numérique.

Conjecturer la parité de la somme de deux nombres pairs
2+2=4 2+10=12 On peut donc conjecturer que Pair + Pair = Pair

Démontrer : Adopter un raisonnement formel, généralement basé sur de l'algèbre.

Exemple : Démontrer que la somme de deux nombres pairs est paire.	
✗ Mauvaise approche ✗	**✓ Bonne approche ✓**
2+2=4 2+10=12 Pair + Pair = Pair	Un nombre pair = multiple de 2 = $2x$ ($x \in \mathbb{Z}$) Un autre pair = $2y$ ($y \in \mathbb{Z}$) On a donc Pair + Pair = $2x + 2y = 2(x+y) =$ multiple de 2 **On a démontré que Pair + Pair = Pair**
Commentaire : les exemples ne font pas la preuve. Ils peuvent permettre de conjecturer une hypothèse ou aider à vérifier la véracité d'un raisonnement, mais rien de plus.	

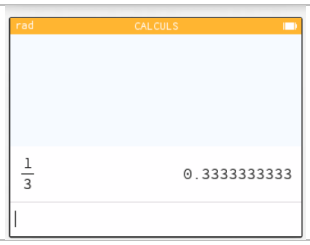
Justifier : Argumenter ton raisonnement autour d'un petit calcul. Synonyme de « montrer que » pour des questions plus faciles.

Exemple : Justifier que AB = 3 cm.

Je sais que AB+BC=5 cm
⇔ AB+2=5
⇔ AB=5-2=3 cm

Donner : Indiquer à l'aide d'un raisonnement très simple ou de la calculatrice, **sans justifier**.

Exemple : Donner un encadrement au centième de $\frac{1}{3}$:



$$0{,}33 < \frac{1}{3} < 0{,}34$$

Déterminer/Résoudre = synonyme de calculer.

Vérifier = remplace x dans l'équation de départ et assure-toi que l'égalité est vraie.

Exemple : Soit $x^2 - 5x + 6 = 0$
Vérifie si $x = 2$ et si $x = 4$ sont solutions de l'équation.

Si $x = 2$, alors $x^2 - 5x + 6 = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$.
-2 est solution de l'équation

Si $x = 4$, alors $x^2 - 5x + 6 = 4^2 - 5(4) + 6 = 16 - 20 + 6 = 2$. Or $2 \neq 0$ (ce qu'on veut)
4 n'est **pas** solution de l'équation.

Interpréter = donner une phrase qu'un enfant de 5 ans qui n'a **jamais** fait de maths peut comprendre.

Deux clubs de sport proposent les tarifs suivants :

- **Club A :** Abonnement annuel de 50€ puis 5€ la séance
- **Club B :** 10€ la séance.

On note x le nombre de séances de Ana :

1) Résoudre $50 + 5x < 10x$
2) Interpréter le résultat de la question 1.

Question 1 : $50 + 5x < 10x$
⇔ $5x - 10x < -50$
⇔ $-5x < -50$
⇔ $x > \frac{-50}{-5}$
⇔ $x > 10$

Question 2 : Le club A est plus intéressant à partir de 10 séances annuelles.

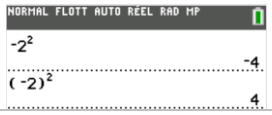
9. Erreurs type

Dans cette section, tu découvriras les erreurs types les plus courantes et comment les éviter :

a. Erreurs de fractions

✗ Erreurs type ✗	Pourquoi ?	✓ Ce qu'il faut faire ✓
$\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{7}{6}$	Dans une somme de fraction, on ne regroupe que les numérateurs.	$\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$
$2\times\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{6}{10}$	Nombre = $\frac{Nombre}{1}$	$2\times\frac{3}{5}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$
$\frac{x^2+\cancel{x}}{2\cancel{x}}=\frac{x^2}{2}$	On ne peut simplifier une fraction **QUE** par factorisation ou en séparant les numérateurs.	**Méthode 1** $\frac{x^2+x}{2x}=\frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(2)}=\frac{x+1}{2}$ **Méthode 2** $\frac{x^2+x}{2x}=\frac{x^2}{2x}+\frac{x}{2x}=\frac{x\cancel{x}}{2\cancel{x}}+\frac{1\cancel{x}}{2\cancel{x}}=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$
$\frac{2x}{x+2}-\frac{x+3}{x+2}=\frac{2x-x+3}{x+2}=\frac{x+3}{x+2}$	Quand on regroupe deux fractions, on les écrit entre parenthèses	$\frac{2x}{x+2}-\frac{x+3}{x+2}=\frac{(2x)-(x+3)}{x+2}$ $\frac{2x-x-3}{x+2}=\frac{x-3}{x+2}$

b. Erreurs de puissances

✗ Erreurs type ✗	Pourquoi ?	✓ Ce qu'il faut faire ✓
$(x+2)^2=x^2+2^2$	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ C'est une identité remarquable.	$(x+2)^2=x^2+2(x)(2)+2^2=x^2+4x+4$
$x^2=4$ $\Leftrightarrow x=\sqrt{4}=2$	Un carré a toujours deux solutions.	$x^2=4$ $\Leftrightarrow x=\sqrt{4}\ ou -\sqrt{4}$ $\Leftrightarrow x=2\ ou -2$
$x^2=3$ $\Leftrightarrow x=\sqrt{-3}$	Un carré est toujours positif ou nul (dans $\mathbb{R}$). Il ne peut être négatif.	$x^2=3$ **Solution :** $\emptyset$
$2\times2^3=4^3$	Si un nombre n'a pas de puissance, c'est comme une puissance de 1. $x=x^1$.	$2\times2^3=2^1\times2^3=2^{1+3}=2^4$
$2^4-2^3=2^{4-3}=2^1$	On ne peut pas simplifier les sommes ou les soustractions de puissances.	**Méthode 1 :** On calcule $2^4-2^3=16-8=8$ **Méthode 2 :** On factorise $2^4-2^3=2^3(2^1-1)=2^3(1)=8$
$x^2=5x$ On divise par x $x=5$	On ne peut diviser par 0. Or, qui dit que x ne peut valoir 0 ?	**On factorise** $x^2=5x$ $\Leftrightarrow x^2-5x=0$ $\Leftrightarrow x(x-5)=0$ Avec le produit nul, on trouve : $x=0$ ou $x=5$
$a^2=4x^2$ $\Leftrightarrow a^{\cancel{2}}=4x^{\cancel{2}}$ $\Leftrightarrow a=4x$	Barrer n'a aucun sens mathématique. Pour éliminer un carré, on applique la fonction racine.	$a^2=4x^2$ $\Leftrightarrow\sqrt{a^2}=\sqrt{4x^2}$ $\Leftrightarrow a=2x$
$a=2x$ $\Leftrightarrow a^2=2x^2$	La puissance concerne l'intégralité des éléments de a. ➔ Écris a entre parenthèses ou développe la puissance.	**Méthode 1 :** $a=2x$ $a^2=2x\times2x=4x^2$ **Méthode 2 :** $a=(2x)$ $a^2=(2x)^2=2^2x^2=4x^2$
Écrire -2^2 au lieu de $(-2)^2$	Seul l'élément situé en dessous du ^{2} est élevé au carré. Attention lorsque tu utilises ta calculatrice... 	**Explication :** $-2^2=-2\times2=-4$ **mais** $(-2)^2=(-2)\times(-2)=4$

c. Erreurs de racines

✗ Erreurs type ✗	Pourquoi ?	✓ Ce qu'il faut faire ✓
$x = \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$	On ne peut regrouper les racines que dans les × ou les ÷	**Rien.** $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$
$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2$ $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{3 \times 2} + 2$ $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{6}$

d. Autres erreurs

✗ Erreurs type ✗	Pourquoi ?	✓ Ce qu'il faut faire ✓
$A = x + 3$ $B = 2x + 5$ $A - B = x + 3 - 2x + 5$ $A - B = -x + 8$	Quand un membre est composé de plusieurs termes, on l'écrit entre parenthèses.	$A = x + 3$ $B = 2x + 5$ $(A) - (B) = (x + 3) - (2x + 5)$ $A - B = x + 3 - 2x - 5$ $A - B = -x - 2$
Factoriser $xy + 2x^2 + x$ $xy + 2xx + x$ $x(y + 2x)$	Quand on factorise, on a autant de membres dans la parenthèse à l'arrivée qu'au départ. Quand un membre n'est pas précédé d'un nombre, écris 1 devant.	Factoriser $xy + 2x^2 + \boldsymbol{x}$ $xy + 2xx + \mathbf{1}x$ $x(y + 2x + 1)$
$10 - (2x + 3 - x^2)$ $10 - 2x + 3 - x^2$ $-x^2 - 2x + 13$	Un – devant une parenthèse inverse les signes de la parenthèse qui suit (c'est comme si on avait distribué -1).	$10 - (2x + 3 - x^2)$ $10 - 2x - 3 + x^2$ $x^2 - 2x + 7$
$10 - (2x + 1)(2x + 3)$ $10 - 4x^2 + 6x + 2x + 3$ $-4x^2 + 8x + 13$	Écrire le résultat du développement entre crochets.	$10 - (2x + 1)(2x + 3)$ $10 - [4x^2 + 6x + 2x + 3]$ $10 - [4x^2 + 8x + 3]$ $10 - 4x^2 - 8x - 3$ $-4x^2 - 8x + 7$
En première : $u_n = 3n$ $u_{n+1} = 3n + 1$	On écrit l'indice des suites entre parenthèses.	$u_n = 3n$ $u_{(n)} = 3(n)$ $u_{(n+1)} = 3(n + 1)$ $u_{n+1} = 3n + 3$
$\frac{1}{3} = 0{,}33$	On n'écrit = que dans des valeurs exactes. Pour les valeurs approchées, on écrit ≈	$\frac{1}{3} \approx 0{,}33$
$x = 3{,}86 \approx 3{,}8$	Quand on arrondit, si le nombre qui suit est **5/6/7/8/9**, on arrondit à l'entier supérieur	$3{,}84 \approx 3{,}8$ mais $3{,}86 \approx 3{,}9$
$-2x < 10$ $x < \frac{10}{-2}$ $x < -5$	Dans une inéquation, si on divise ou multiplie par un négatif, il faut inverser le sens.	$-2x < 10$ $-\frac{2x}{-2} > \frac{10}{-2}$ $x > -5$
Au lycée $x^2 = 4$ ⇔ $x = 2$ ou -2 ⇔ Solution : [-2 ; 2]	La notation [] indique un intervalle. [-2 ;2] signifie « toute valeur comprise entre -2 et 2 »… alors qu'ici, seules les valeurs « 2 » et « -2 » sont solution.	$x^2 = 4$ ⇔ $x = 2$ ou -2 ⇔ Solution : {-2 ;2}

👑 **Envie d'aller plus loin ?** Je t'invite à lire cet excellent article « 6 erreurs les plus fréquentes en maths », plus fines et plus subtiles que celles ci-dessus, qui peuvent te faire perdre beaucoup de points lors des DST.

10. Comment limiter les erreurs ?

Il existe 3 moyens de commettre des erreurs en mathématiques :

- **Mal recopier l'énoncé** (le + devint un −, 1000 devient 100…).
- **Des erreurs de raisonnement.**
- **Des erreurs de calcul** (souvent des erreurs de signe).

Pour limiter les erreurs, tu peux les prévenir… et les guérir. Voici comment faire :

Étape 1 : Prévenir [Avant le contrôle]

1) Apprends par cœur les formules de ce livret et pratique beaucoup pour créer des automatismes. Si tu sais que $8^2 = 64$, plus de risque d'erreur de calcul. 💪

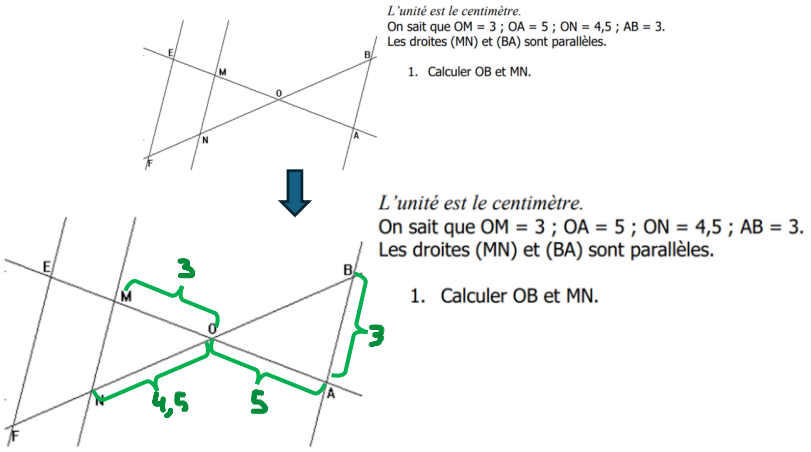
2) Écris au stylo à plume (ou au pilot). **<u>Jamais</u>** de stylo bic.

Raison : Les stylos à plumes ou pilot ont une encre foncée, il est plus difficile d'oublier un signe −. Et ils forcent à avoir une plus jolie écriture.

3) Écris les équations en colonne (**<u>jamais</u>** en ligne).

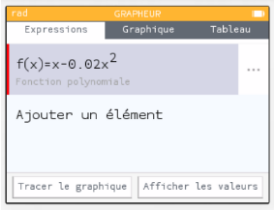
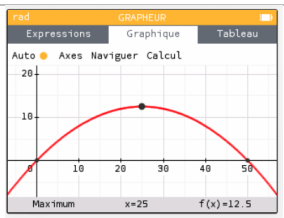
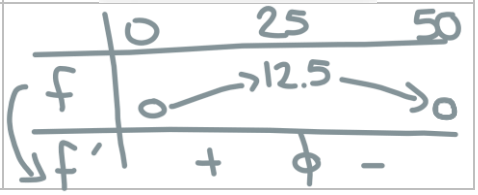
4) Détaille tes calculs. Indique
a) Ce que tu calcules
b) Ne fais qu'une transformation par ligne
c) Encadre les résultats

5a) [Au collège] Dans les problèmes de géométrie, **dessine/complète la figure** au fur et à mesure.



5b) [Au lycée] **Avant de te lancer, trace les fonctions sur ta calculatrice** afin de voir si, *a priori,* ton résultat est bon ou pas.

Exemple : étudier les variations de $f(x) = x - 0.02x^2$

	
D'après ma calculatrice, il semblerait que la fonction soit croissante puis décroissante avec un « pic » en $x = 25$. A priori, cela signifie que f' doit être positive puis négative. À la fin de l'exercice, je vérifie si mon tableau de signe et de variation est cohérent avec cette conjecture ou pas.	

Étape 2 : Guérir [Pendant le contrôle]

Pose les calculs pénibles au brouillon (au lieu de faire de tête ou sur ta copie et de gribouiller ensuite).

Puis, une fois chaque question finie, vérifie ce que tu as fait :

1) Relis la première ligne et vérifie si tu n'as pas mal recopié l'énoncé. Si c'est le cas, il faudra refaire l'exercice.

2) Vérifie le signe :

Spoiler : une distance, un temps ou un prix sont forcément positifs.

3) Vérifie l'ordre de grandeur en approximant :

Ex : $79 \times 32 \approx 80 \times 30 \approx 8 \times 10 \times 3 \times 10 \approx 24 \times 100 \approx 2\,400$
Spoiler : Il doit être cohérent avec la « vraie » vie. =

4) Remplace x dans l'équation de départ et vérifie si l'égalité est vraie.

Exemple 1	Exemple 2
Kilian écrit : $3x + 5 = 35$ $\Leftrightarrow 3x = 30$ $\Leftrightarrow x = 30 - 3 = 27$	Trois pizzas et dix sodas coûtent le même prix que quatre pizzas et trois sodas. Sachant qu'un soda coûte 2€, combien vaut une pizza ? Anna a écrit : $3p + 10 \times 2 = 4p + 3 \times 2$ $\Leftrightarrow 3p + 20 = 4p + 6$ $\Leftrightarrow 3p - 4p = 6 - 20$ $\Leftrightarrow p = -14$
Vérification : Si on remplace x par 27, $3x + 5$ donne $3 \times 27 + 5 = 86$ (et pas 35). Le résultat est faux.	**Vérification :** En se relisant, on se rend compte que $p = -14$ (une pizza vaut -14€) n'a aucun sens, car un prix ne peut pas être négatif.
Analyse : Ici, l'erreur vient du fait que pour éliminer le 3, on ne fait pas –3 en le « passant » de l'autre côté, mais ÷ 3 car la division permet d'éliminer le 3 en facteur.	**Analyse :** Ici, en te relisant, tu peux te rendre compte que le problème vient de la ligne 3. $3p - 4p = -1p$
Correction : on a donc $3x + 5 = 35$ $\Leftrightarrow 3x = 30$ $\Leftrightarrow x = \frac{30}{3} = 10$	**Correction :** on a donc $3p + 10 \times 2 = 4p + 3 \times 2$ $\Leftrightarrow 3p + 20 = 4p + 6$ $\Leftrightarrow 3p - 4p = 6 - 20$ $\Leftrightarrow -1p = -14$ $\Leftrightarrow p = 14$
On revérifie. Si $x = 10$: $3x + 5 = 3(10) + 5 = 35$ 😊	Le prix est positif. 14€ = cohérent avec le prix des restaurants. Tout est bon.

👑 **9 fois sur 10, les nombres sont « sympas ».** Si tu vois des nombres « moches », revérifie tes calculs plutôt deux fois qu'une.

Exemple : tu trouves dans un calcul $x^2 = 25$.
Analyse : 25 est sympa, car c'est facile de calculer sa racine (5 ou -5). A priori si tu trouves $x^2 = 25$ dans ton équation, c'est plutôt bon signe.

Exemple 2 : Tu trouves dans ton calcul $x^2 = 31$
Analyse : Certes, 31 est le carré d'un nombre ($x^2 = 31 \Leftrightarrow x = \sqrt{31}$ ou $-\sqrt{31}$) mais impossible de la calculer de tête. C'est à priori mauvais signe. Relis-toi et assure-toi de ne pas avoir fait d'erreur.

Ce dossier est désormais terminé. J'espère qu'il t'a plu et bon courage à toi. 😉