📈 Résumé de tout ce qu'il faut savoir sur les fonctions en terminale 📈

Signe	1) Résoudre $f = 0$ (Degré 1 : $ax + b$ est du signe de a à droite de racine. Degré 2 : Δ) 2) Degré > 2 : Si $x^3 ou\ x^4$: factoriser **ou** changer de variable ($x^2 \rightarrow X$) **ou** TVI 3) Etudier la position relative de f et g : dire si f est au-dessus/en dessous de g Méthode : Etudier le signe de $f - g$. • Si $f - g > 0$ alors $f > g$ donc f au-dessus de g • Si $f - g > 0$ alors $f > g$ donc f au-dessus de g
Domaine de définition	$\mathbb{R}$ sauf Quotient $\frac{u(x)}{v(x)}$: vérifier si valeurs interdites ($si\ v(x) = 0$) $ln(u)$: Vérifie quand $u > 0$ $\sqrt{u}$: vérifie quand $u \geq 0$
Variations	**Idée :** Savoir si $f' > 0$ ou $f' < 0$ **Processus :** Calcule la dérivée → $f' = 0$ → Signe de f' → Variations de f **Rappel :** $(u \times v)' \rightarrow u'v + uv'$ $\left(\frac{u}{v}\right)' \rightarrow \frac{u'v - uv\prime}{v^2}$ $(u^n)' \rightarrow nu'u^{n-1}$ $(e^u)' = u'e^u$ $\ln(u)' = \frac{u'}{u}$ $(\sqrt{x})' \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $sin(x)' = cos(x)$ $cos(x)' = -sin(x)$ **Extremums (min/max) :** regarder tableau de variation.
Limites	Savoir calculer $\lim\limits_{x \to a} f$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f$ 1) Conjecturer (grâce au tracé de la calculatrice) puis prouver 2) Si forme indéterminée ($\frac{\infty}{\infty}, 0 \times \infty, \frac{0}{0}, \infty - \infty$) : 3 possibilités a) **Factorise** par le terme de plus haut degré (si polynôme) b) **Si exp/ln** → Théorème de croissance comparée L'exponentielle l'emporte, puis le polynôme, puis ln $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = +\infty$ c) **Si cos/sin :** Théorème de comparaison ou des gendarmes
Asymptotes	Si $\lim\limits_{x \to \infty} f = a$ ($a \in \mathbb{R}$) alors $y = a$ est une tangente horizontale. Si $\lim\limits_{x \to a} f = \infty$ ($a \in \mathbb{R}$) alors $x = a$ est une tangente verticale.
TVI	3 conditions : Continue • Monotone (tjrs ↗ ou ↘) • Encadre : $f(a) < k < f(b)$ ou inversement Note : Quand tu vois « Mq $f(\alpha)$= 0 admet une unique solution » → Toujours le TVI Si TVI : « Montrer que f(α) $= k$ » → Vérifie par le calcul que $f(\alpha) - k = 0$
Tangente	**Equation** $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ **Méthode :** Calculer f' puis $f'(a)$ ainsi que $f(a)$ et substituer dans l'équation initiale **Consigne :** Pour quelle valeur de x la tangente est parallèle à d ? **// à d** ⇔ T a le même coefficient directeur k que d. **Méthode :** Trouve le coefficient directeur k de d et résous $f' = k$
Convexité	Calcule f'' et étudie le signe de f'' $f'' > 0$: convexe, $f'' < 0$: concave, f'' change de signe : point d'inflexion **Note :** si f « sourit » : convexe. Si f est « triste » : concave
Primitives	**Formules de primitives usuelles :** $\frac{u'}{u} \rightarrow \ln\ \|u\|$ $u'e^u \rightarrow e^u$ $u'u^n \rightarrow \frac{u^{n+1}}{n+1}$ **IPP :** $\int u'v = uv - \int uv'$. Rappel : $\int \ln(x) = \int 1 \times \ln(x)$ avec $u' = 1$ et $v = \ln(x)$ Si tu ne sais pas qui est u' et v, « teste » les deux combinaisons et vois celle qui fonctionne le mieux. **Note :** on peut vérifier une primitive en la dérivant (on doit vérifier que $F' = f$)
Intégrales	$\int_a^b f(x)dx$. Calcule primitive, $F(a)$, $F(b)$ puis calcule $F(b) - F(a)$
Equations différentielles	$y' = ay$ ⇔ $y = ke^{ax}$ (k se calcule avec l'état initial) $y' = ay + b$ ⇔ $y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$ (k se calcule avec l'état initial)

$y' = ay + f$ ⇔ $y = ke^{ax} + S(x)$ avec $S(x)$ = Solution particulière donnée par prof ou changement de variable.

Exemple : Résous $\begin{cases} y' - 2y = 4 \\ y(0) = 1 \end{cases}$	**Étape 1 :** $y' = 2y + 4$ admet pour solution : $y = ke^{2x} - \frac{4}{2} = ke^{2x} - 2$ **Étape 2 :** $y(0) = 1$. $y(0) = ke^{2(0)} - 2 = k - 2$. Donc $k - 2 = 1$ ⇔ $k = 3$ **Solution générale :** $y = 3e^{2x} - 2$

📈 Autresropriétés 📈

♡ **Exponentielle**	Définie sur $\mathbb{R}$ $(e^u)' \to u'e^u$ $e(0) = 1$ $e^1 = e \approx 2.72$ $e^u > 0$ (pour tout réel u)
♡ ***ln***	Définie sur $\mathbb{R}^+$ $\ln(u)' \to \frac{u'}{u}$ $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \ln(x) = -\infty$ $ln(1) = 0$ $ln(e) = 1$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$ $ln(a) + ln(b) = ln(a \times b)$ $ln(a) - ln(b) = ln(\frac{a}{b})$ $\ln(a^n) = nln(a)$ ln « annule » e $e^{2x} = 3 \Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln(3) \Leftrightarrow 2x = \ln(3) \Leftrightarrow x = \frac{\ln(3)}{2}$
Appartenance point et courbe	
	Remplacer x par abscisse du point, $f(x)$ par ordonnée et vérifier si égalité il y a.
Sécance de deux courbes	
	f et g sont sécantes ssi $f = g \Leftrightarrow f - g = 0$ Résoudre l'équation $f - g = 0$, trouver x et déduire l'ordonnée en calculant son image par f ou g

🧑‍🏫 **Toujours vérifier le résultat** avant de passer à la question d'après
Axe 1 : Lecture graphique : regarder si les variations de f de la calculatrice sont cohérentes avec les variations du tableau, si la forme de f est cohérente avec sa convexité, si la tangente touche f sans la couper… On peut aussi vérifier les limites, le signe…
Axe 2 : Analyse : vérifie si le résultat de la question est cohérent avec la question d'avant ou d'après.